

INTERVAL-VALUED DATA
BIASES OF THE APPROXIMATED LOCATION MEASURES/ESTIMATES
IN STUDY 2 - CASE 1

cp	CD	Mean (δ_1)	Mean (d_H)	Mean ($d_{1/3}$)	Mean (δ_2)	1/3Trim (δ_1)	1/3Trim (d_H)	1/3Trim ($d_{1/3}$)	1/3Trim (δ_2)	1Trim (δ_1)	1Trim (d_H)	1Trim ($d_{1/3}$)	1Trim (δ_2)
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,1	0	0,226313458	0,226414811	0,130662175	0,22631348	0,085848414	0,086326117	0,049566907	0,085849743	0,079464727	0,08005501	0,045882779	0,07946692
0,1	1	0,300641094	0,349940729	0,180440599	0,304656399	0,095726081	0,098932406	0,055360407	0,095779763	0,088530095	0,09208382	0,051236265	0,088601392
0,1	5	0,595883662	0,84624684	0,425488935	0,646342835	0,076018941	0,078887885	0,043983224	0,076073058	0,092531462	0,096460423	0,053567346	0,092614838
0,1	10	0,964497481	1,467591936	0,7504593	1,087823249	0,079452531	0,079964074	0,045874792	0,079454177	0,098052129	0,098314344	0,05661103	0,09805248
0,1	100	7,862582779	12,6791233	6,618594913	9,220589492	0,079812997	0,079842188	0,046080064	0,079813002	0,098605911	0,098840215	0,056930632	0,09860619
0,2	0	0,45325149	0,453281561	0,261684871	0,453251491	0,203246583	0,20332195	0,117344493	0,203246596	0,19299753	0,19339063	0,111427869	0,19299793
0,2	1	0,599896529	0,701732622	0,361011364	0,608478788	0,239481905	0,246738641	0,138455244	0,239591826	0,23362589	0,243801351	0,135267238	0,233847379
0,2	5	1,202101374	1,700156035	0,854248802	1,301194128	0,26479635	0,281346219	0,153773428	0,265313032	0,332069882	0,372393834	0,195915347	0,334509234
0,2	10	1,944877584	2,963658717	1,516167736	2,195555468	0,316799933	0,324615943	0,18307145	0,316896336	0,408064679	0,43795595	0,237484909	0,409158002
0,2	100	15,42979789	25,45600811	13,41210072	18,40118351	0,338811333	0,339088521	0,195613011	0,338811446	0,458724582	0,458747286	0,264844762	0,458724583
0,4	0	0,897961734	0,898449331	0,518438678	0,897961867	0,290321204	0,290560443	0,167617196	0,290321302	0,230912286	0,231340046	0,133317957	0,230912682
0,4	1	1,195603672	1,39816381	0,719388622	1,212641229	0,333218901	0,343882741	0,192679343	0,333389492	0,258536401	0,271462852	0,149824731	0,258859351
0,4	5	2,414555136	3,392542171	1,702885045	2,605097915	0,256462534	0,274853066	0,149206419	0,257121067	0,27075711	0,297215156	0,158544943	0,272046762
0,4	10	3,873167003	5,916678199	3,029259351	4,379196346	0,28232948	0,283401227	0,163006525	0,282331515	0,311355922	0,313641339	0,179775953	0,31136431
0,4	100	31,11624574	51,28017243	27,00600283	37,07835876	0,282535483	0,282725299	0,163122048	0,282535547	0,312992142	0,313018486	0,180706099	0,312992143

δ_1 = Vitale L¹ metric
 d_H = Hausdorff metric
 $d_{1/3}$ = Bertoluzza *et al.*
 δ_2 = Vitale L² metric

(In purple the minimum biases have been highlighted)

INTERVAL-VALUED DATA
BIASES OF THE APPROXIMATED LOCATION MEASURES/ESTIMATES
IN STUDY 2 - CASE 1

cp	CD	HausM (δ_1)	HausM (d_H)	HausM ($d_{1/3}$)	HausM (δ_2)	1normM (δ_1)	1normM (d_H)	1normM ($d_{1/3}$)	1normM (δ_2)	1/3MSpat (δ_1)	1/3MSpat (d_H)	1/3MSpat ($d_{1/3}$)	1/3MSpat (δ_2)
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,1	0	0,087249888	0,087354729	0,050373855	0,087249951	0,102833078	0,103159353	0,059371602	0,102833596	0,108411313	0,108483583	0,062591342	0,108411337
0,1	1	0,094196313	0,111064252	0,056940107	0,095694685	0,123246715	0,140931327	0,073321187	0,124509029	0,128373292	0,145634927	0,076099922	0,12952863
0,1	5	0,093238946	0,153277385	0,080637757	0,110896868	0,133434339	0,185202455	0,092816192	0,143124633	0,139969957	0,199040609	0,100099309	0,151924096
0,1	10	0,091675423	0,159166666	0,08577021	0,113839585	0,131383875	0,19054673	0,096198498	0,144090132	0,136854096	0,206890208	0,105584429	0,153733863
0,1	100	0,094902774	0,159236548	0,084504516	0,114653264	0,135540015	0,191614237	0,09627054	0,146681335	0,136761912	0,207506813	0,106016262	0,153976172
0,2	0	0,204737002	0,205093457	0,118205501	0,204737313	0,225297234	0,225443526	0,130075501	0,225297282	0,240276257	0,240603324	0,138723947	0,240276479
0,2	1	0,227243392	0,263778856	0,13619114	0,230161681	0,273571315	0,313402224	0,162891342	0,276455721	0,290681791	0,328600145	0,172055522	0,293144513
0,2	5	0,228344677	0,357344105	0,184448591	0,262263501	0,311888389	0,434438646	0,217814955	0,335101377	0,334792085	0,46705146	0,234210281	0,359969835
0,2	10	0,226333548	0,374568814	0,197609005	0,270556037	0,310323215	0,450345276	0,227390289	0,340450694	0,329674656	0,489956292	0,248834609	0,366572751
0,2	100	0,226845441	0,373187271	0,19638962	0,269953302	0,310590975	0,450609592	0,227509995	0,340693362	0,320096111	0,489600027	0,250769651	0,362205878
0,4	0	0,548857739	0,549267611	0,316883428	0,548857892	0,538619813	0,538752091	0,310972322	0,538619829	0,585233792	0,585337388	0,337884903	0,585233801
0,4	1	0,742931575	0,824241643	0,436570463	0,747367816	0,711251542	0,822241024	0,425376206	0,719859306	0,782717687	0,873302064	0,460891732	0,787941944
0,4	5	0,811024105	1,115668463	0,558624696	0,86635344	1,004393154	1,437240617	0,723619694	1,093692157	1,108005794	1,462056446	0,731148054	1,16319762
0,4	10	0,804692793	1,182649622	0,598911397	0,889034227	1,043117971	1,580572087	0,807189751	1,173435993	1,143890114	1,615420062	0,811481376	1,237265164
0,4	100	0,8233267	1,198488984	0,605559541	0,904772675	1,057337297	1,584357981	0,806476816	1,181402963	1,156764791	1,673561773	0,844460803	1,266958524

δ_1 = Vitale L¹ metric
 d_H = Hausdorff metric
 $d_{1/3}$ = Bertoluzza *et al.*
 δ_2 = Vitale L² metric

(In **purple** the minimum biases have been highlighted)

INTERVAL-VALUED DATA
BIASES OF THE APPROXIMATED LOCATION MEASURES/ESTIMATES
IN STUDY 2 - CASE 1

cp	CD	1MSpat(δ_1)	1MSpat (d_H)	1MSpat ($d_{1/3}$)	1MSpat (δ_2)	1/3Huber (δ_1)	1/3Huber (d_H)	1/3Huber ($d_{1/3}$)	1/3Huber (δ_2)	1Huber (δ_1)	1Huber (d_H)	1Huber ($d_{1/3}$)	1/3Huber (δ_2)
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,1	0	0,100176591	0,100290524	0,057837094	0,100176656	0,131247942	0,131250162	0,075776035	0,131247942	0,101512622	0,101604566	0,058608412	0,101512663
0,1	1	0,115924233	0,1333963	0,069171881	0,117233532	0,163723875	0,18411746	0,096700917	0,164989107	0,121796193	0,141598817	0,073054191	0,123395529
0,1	5	0,122436914	0,180414642	0,09142401	0,135470347	0,191740763	0,262580529	0,131427213	0,204408397	0,131531588	0,198224185	0,101068073	0,147473595
0,1	10	0,120172414	0,189455638	0,098050845	0,138714002	0,189061118	0,273302153	0,137881304	0,20697985	0,129988481	0,209813489	0,109564442	0,152541919
0,1	100	0,120312137	0,19138582	0,09938044	0,139737177	0,189964132	0,274972882	0,138763389	0,208117416	0,130729521	0,212213617	0,11106932	0,154045012
0,2	0	0,224699395	0,225007229	0,129730621	0,224699605	0,27726057	0,277558151	0,160076742	0,27726073	0,218352061	0,218674332	0,126066033	0,218352299
0,2	1	0,267017266	0,305493897	0,15889155	0,269775224	0,346251478	0,390453549	0,204736868	0,349061469	0,264055071	0,307170863	0,158431894	0,267551962
0,2	5	0,294440344	0,425648446	0,214741561	0,322351799	0,430490777	0,586458384	0,293428011	0,457873568	0,298005751	0,446066764	0,226990175	0,332760411
0,2	10	0,292247364	0,451956756	0,23232864	0,333039955	0,426924412	0,61757029	0,311609802	0,467557809	0,297079995	0,478453934	0,249630421	0,348070437
0,2	100	0,284802348	0,456535024	0,237759482	0,332572533	0,418317728	0,619634321	0,314417362	0,464239262	0,291246394	0,485750567	0,25711222	0,350223265
0,4	0	0,563463378	0,563512584	0,325315737	0,56346338	0,604919722	0,605132977	0,349250629	0,604919759	0,506251713	0,506364266	0,292284585	0,506251726
0,4	1	0,755280194	0,850855825	0,446412468	0,761303404	0,789775847	0,891049898	0,467088567	0,796242627	0,678652213	0,781406962	0,405069723	0,686387183
0,4	5	1,000853767	1,368825669	0,685059176	1,066354343	1,160838621	1,555665888	0,777862888	1,226146351	0,940591783	1,336073509	0,671796172	1,020352242
0,4	10	1,035485146	1,52808744	0,774639819	1,146685008	1,194908651	1,727187336	0,871353063	1,308100639	0,972773505	1,505183107	0,773879457	1,108940159
0,4	100	1,055682355	1,600596109	0,817569209	1,188021984	1,212540459	1,798444209	0,912889913	1,34667649	0,993551536	1,583069189	0,822544395	1,155281662

δ_1 = Vitale L¹ metric
 d_H = Hausdorff metric
 $d_{1/3}$ = Bertoluzza *et al.*
 δ_2 = Vitale L² metric

(In purple the minimum biases have been highlighted)

INTERVAL-VALUED DATA
BIASES OF THE APPROXIMATED LOCATION MEASURES/ESTIMATES
IN STUDY 2 - CASE 1

cp	CD	1/3Hampel (δ_1)	1/3Hampel (d_H)	1/3Hampel ($d_{1/3}$)	1/3Hampel (δ_2)	1Hampel (δ_1)	1Hampel (d_H)	1Hampel ($d_{1/3}$)	1Hampel (δ_2)
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,1	0	0,0750238	0,075275844	0,043315745	0,075024224	0,065683945	0,066139892	0,037925384	0,065685528
0,1	1	0,080995812	0,084265529	0,046877125	0,081061782	0,070255975	0,073687564	0,040707204	0,070339732
0,1	5	0,065738163	0,068660908	0,038066317	0,065803104	0,079588449	0,083488564	0,04611563	0,079683952
0,1	10	0,069192579	0,069737182	0,039952066	0,069194722	0,085484433	0,085763048	0,049355247	0,085484887
0,1	100	0,069494766	0,069848621	0,040124382	0,069495667	0,086231165	0,086423534	0,049785958	0,08623138
0,2	0	0,177259383	0,177572327	0,102341231	0,177259659	0,157428396	0,157852423	0,090892316	0,157428967
0,2	1	0,201737631	0,208481989	0,116668377	0,201850336	0,179495596	0,188011854	0,103981167	0,179697512
0,2	5	0,186857894	0,202036059	0,108944944	0,187473329	0,205605862	0,232866517	0,121796552	0,207405192
0,2	10	0,202650444	0,20941116	0,117195455	0,202763186	0,233860423	0,252418784	0,13628883	0,234595631
0,2	100	0,213014356	0,214076818	0,122988485	0,213017005	0,25271092	0,255057715	0,14592159	0,252721817
0,4	0	0,473658788	0,473770205	0,273467051	0,473658801	0,423285231	0,423363809	0,244383855	0,423285238
0,4	1	0,608715894	0,637713652	0,352636569	0,609406194	0,541570037	0,583471505	0,315470709	0,543188584
0,4	5	0,976132163	1,115606409	0,580572475	0,986046178	0,745904708	0,971181738	0,486012021	0,779181349
0,4	10	1,109945414	1,29252818	0,666330304	1,124862342	0,783839475	1,115098129	0,560833074	0,850962172
0,4	100	1,18256801	1,343550661	0,701477807	1,193474973	0,821398252	1,157532339	0,581278322	0,887514063

δ_1 = Vitale L¹ metric
 d_H = Hausdorff metric
 $d_{1/3}$ = Bertoluzza *et al.*
 δ_2 = Vitale L² metric

(In **purple** the minimum biases have been highlighted)

INTERVAL-VALUED DATA
VARIANCES OF THE APPROXIMATED LOCATION MEASURES/ESTIMATORS
IN STUDY 2 - CASE 1

cp	CD	Mean (δ_1)	Mean (d_H)	Mean ($d_{1/3}$)	Mean (δ_2)	1/3Trim (δ_1)	1/3Trim (d_H)	1/3Trim ($d_{1/3}$)	1/3Trim (δ_2)	1Trim (δ_1)	1Trim (d_H)	1Trim ($d_{1/3}$)	1Trim (δ_2)
0	0	0,00026832	0,000507424	0,000175938	0,000318716	0,000284736	0,000535779	0,000265871	0,000338202	0,000213861	0,000393391	0,000202891	0,00025193
0,1	0	0,004474221	0,005607077	0,001623187	0,004591815	0,000490193	0,000959473	0,000332159	0,000592735	0,000352756	0,00068534	0,00025422	0,000425517
0,1	1	0,008221208	0,013735841	0,003740927	0,009150141	0,000595386	0,001155178	0,00037739	0,000717351	0,000431027	0,000860399	0,000294852	0,000526736
0,1	5	0,040816315	0,098003098	0,031983782	0,054577633	0,000256642	0,000503522	0,000222998	0,00031067	0,000237633	0,000466883	0,000207545	0,00028752
0,1	10	0,123098134	0,305450764	0,110609609	0,167379706	0,000257781	0,000507995	0,000232659	0,000313564	0,000216237	0,000429185	0,000197321	0,000263333
0,1	100	10,01627532	23,74488449	10,02785218	13,27694132	0,000249967	0,000494348	0,000219194	0,000303471	0,000208298	0,000403029	0,000186184	0,000251165
0,2	0	0,017295376	0,019802307	0,005952564	0,017472273	0,001664584	0,002543839	0,000729373	0,001810447	0,001380769	0,002113723	0,00060684	0,001501673
0,2	1	0,030739787	0,050655482	0,013734478	0,033998472	0,002888383	0,004147201	0,001162338	0,00306983	0,002687988	0,003919645	0,001091013	0,002867695
0,2	5	0,158267738	0,385266227	0,128485124	0,213648036	0,002178158	0,003707637	0,001012486	0,002446335	0,00439001	0,008181918	0,002167135	0,005072785
0,2	10	0,482700837	1,167929196	0,438513003	0,64692671	0,000431703	0,00081039	0,00026453	0,000511989	0,000792224	0,001653339	0,000515159	0,000986579
0,2	100	39,7956676	95,41832197	39,61047177	52,98324387	0,000316977	0,000602936	0,000216386	0,000378727	0,000316977	0,000602936	0,000216386	0,000378727
0,4	0	0,072781788	0,07880957	0,024523116	0,073038389	0,004332937	0,006643907	0,001880107	0,004702608	0,002518012	0,004077005	0,00117013	0,00279328
0,4	1	0,121392612	0,19997933	0,053720746	0,133904137	0,007467968	0,010804734	0,002997865	0,007937687	0,004251241	0,006687245	0,001847214	0,004646292
0,4	5	0,580512169	1,407402175	0,47385022	0,782142656	0,000812484	0,001790754	0,000678058	0,001047367	0,001206405	0,002879875	0,000952892	0,001622664
0,4	10	1,959596766	4,862358896	1,781808478	2,67008601	0,000375791	0,000727647	0,000305163	0,000452326	0,000347579	0,000665298	0,000274572	0,000417724
0,4	100	169,6464063	396,2323298	167,818424	222,7746463	0,00033632	0,000659237	0,000289188	0,000406747	0,000288629	0,000559975	0,000244745	0,000347003

δ_1 = Vitale L¹ metric
 d_H = Hausdorff metric
 $d_{1/3}$ = Bertoluzza *et al.*
 δ_2 = Vitale L² metric

(In purple the minimum variances have been highlighted)

INTERVAL-VALUED DATA
VARIANCES OF THE APPROXIMATED LOCATION MEASURES/ESTIMATORS
IN STUDY 2 - CASE 1

cp	CD	HausM (δ_1)	HausM (d_H)	HausM ($d_{1/3}$)	HausM (δ_2)	1normM (δ_1)	1normM (d_H)	1normM ($d_{1/3}$)	1normM (δ_2)	1/3MSpat (δ_1)	1/3MSpat (d_H)	1/3MSpat ($d_{1/3}$)	1/3MSpat (δ_2)
0	0	0,000229487	0,000456458	0,000198522	0,000280431	0,000244303	0,000481731	0,000198837	0,00029613	0,000208364	0,000417286	0,00016946	0,000255143
0,1	0	0,000971506	0,001591596	0,000474375	0,001087918	0,001186818	0,001861721	0,000545591	0,001303808	0,001279463	0,001913434	0,000551598	0,001382229
0,1	1	0,00119926	0,002203978	0,000666406	0,001404801	0,001662123	0,002974375	0,000837258	0,001909131	0,001807023	0,003077249	0,00086193	0,002034562
0,1	5	0,001958773	0,00464859	0,001854191	0,00261868	0,002228182	0,006529467	0,002160947	0,003417266	0,002526826	0,006776098	0,002140739	0,003633431
0,1	10	0,002174289	0,005062127	0,002142226	0,002877144	0,002467516	0,007458917	0,002582865	0,003880138	0,002809555	0,007950527	0,002610429	0,004198658
0,1	100	0,002106193	0,004924668	0,002101106	0,002792708	0,002343572	0,00698823	0,002415713	0,003646744	0,003016482	0,008609753	0,002799247	0,004526446
0,2	0	0,004899299	0,006325563	0,001810351	0,005060429	0,004813497	0,006218695	0,001789371	0,004978824	0,005833763	0,007204643	0,002093875	0,00596934
0,2	1	0,006775965	0,010656734	0,002912388	0,007379767	0,007743894	0,012484223	0,003301413	0,008436073	0,009570045	0,014365354	0,00383525	0,010187364
0,2	5	0,010176219	0,025550544	0,009234996	0,014060747	0,009873837	0,031980782	0,01002302	0,016304071	0,014046756	0,036946206	0,010926569	0,01978473
0,2	10	0,01107116	0,027326548	0,010728502	0,015198092	0,0100171	0,034568143	0,011591285	0,017478972	0,014513334	0,042199144	0,01310696	0,022038193
0,2	100	0,010925241	0,027695383	0,010760947	0,015218517	0,010342476	0,035748089	0,012084487	0,018076213	0,016014497	0,047580336	0,014709492	0,024686142
0,4	0	0,047608778	0,052324335	0,016079005	0,047814191	0,030299832	0,034236509	0,010345011	0,030534416	0,040836712	0,044702257	0,013791941	0,041012258
0,4	1	0,113547165	0,14679989	0,040772558	0,116399052	0,058660903	0,087829027	0,023045347	0,062032841	0,083114457	0,114116343	0,030747011	0,086045529
0,4	5	0,158557333	0,329423953	0,095051465	0,194859934	0,096825351	0,26749013	0,07574872	0,139953666	0,191264984	0,399039	0,107225627	0,23168979
0,4	10	0,186000686	0,419534578	0,127425784	0,240664197	0,091063114	0,3323699	0,110633302	0,166903539	0,224557353	0,532445776	0,149240246	0,293654121
0,4	100	0,184097992	0,419385561	0,12981626	0,239666737	0,093157634	0,340069634	0,113502307	0,170799789	0,251438647	0,616896577	0,173435832	0,335447553

δ_1 = Vitale L¹ metric
 d_H = Hausdorff metric
 $d_{1/3}$ = Bertoluzza *et al.*
 δ_2 = Vitale L² metric

(In purple the minimum variances have been highlighted)

INTERVAL-VALUED DATA
VARIANCES OF THE APPROXIMATED LOCATION MEASURES/ESTIMATORS
IN STUDY 2 - CASE 1

cp	CD	1MSpat(δ_1)	1MSpat (d_H)	1MSpat ($d_{1/3}$)	1MSpat (δ_2)	1/3Huber (δ_1)	1/3Huber (d_H)	1/3Huber ($d_{1/3}$)	1/3Huber (δ_2)	1Huber (δ_1)	1Huber (d_H)	1Huber ($d_{1/3}$)	1/3Huber (δ_2)
0	0	0,000195565	0,00039392	0,000167287	0,000240544	0,000194037	0,000385678	0,000151766	0,000236532	0,000163567	0,000324886	0,000139717	0,000199767
0,1	0	0,001040233	0,001614549	0,0004704	0,001139587	0,001804746	0,002488159	0,000710352	0,001900199	0,001061576	0,001598742	0,000461976	0,001151098
0,1	1	0,001420498	0,00257562	0,000733774	0,001644786	0,002853586	0,004533535	0,001234112	0,003112273	0,001553833	0,002836001	0,000792585	0,001798745
0,1	5	0,001969975	0,005574082	0,001933339	0,002950793	0,00452782	0,01145616	0,003346128	0,006222526	0,002349268	0,006930323	0,002423991	0,003626864
0,1	10	0,002275655	0,00646444	0,002386662	0,003416168	0,004793543	0,013229322	0,004024254	0,007008073	0,002750954	0,007996865	0,003015343	0,004196286
0,1	100	0,002397464	0,006766976	0,00252332	0,003581367	0,005050781	0,01421432	0,004310765	0,007474369	0,002890098	0,008296088	0,003190879	0,004371193
0,2	0	0,00490255	0,006175617	0,001784165	0,005038866	0,007429034	0,008848282	0,002606664	0,00754894	0,004494132	0,005632327	0,001629893	0,004614634
0,2	1	0,007717007	0,012148307	0,003226813	0,008344378	0,01243521	0,018601122	0,004950605	0,013207634	0,007079621	0,011840396	0,003132384	0,007820242
0,2	5	0,010130241	0,030172679	0,009625716	0,01571356	0,022188524	0,05608234	0,016163682	0,030332677	0,010926262	0,033793031	0,011455019	0,017450778
0,2	10	0,010732695	0,033487766	0,011613137	0,017304193	0,022405789	0,063590363	0,019298457	0,033346587	0,012502842	0,038061619	0,014210032	0,019748076
0,2	100	0,012126117	0,037536058	0,013251847	0,019405884	0,024506802	0,071599546	0,021629755	0,0372333	0,014313571	0,042582045	0,016286892	0,022172283
0,4	0	0,038413363	0,042239363	0,012987034	0,038589938	0,0387966	0,042384559	0,013100141	0,038959727	0,029562078	0,032777505	0,010027116	0,029727995
0,4	1	0,08180916	0,113409025	0,030453478	0,084893181	0,066925977	0,098610033	0,026121978	0,070580919	0,062873638	0,093610708	0,02466772	0,066449865
0,4	5	0,152687912	0,346137004	0,095147115	0,194421399	0,178345959	0,414505387	0,116045126	0,230212685	0,142847128	0,353190209	0,100508278	0,19245838
0,4	10	0,165909941	0,448822302	0,133397832	0,238686176	0,211738055	0,569745517	0,169688766	0,302328466	0,158612143	0,470499151	0,14700556	0,245394168
0,4	100	0,175873175	0,492600786	0,153589358	0,260258969	0,233433605	0,654856596	0,196838803	0,342762084	0,166993594	0,513547847	0,169175425	0,266589664

δ_1 = Vitale L¹ metric
 d_H = Hausdorff metric
 $d_{1/3}$ = Bertoluzza *et al.*
 δ_2 = Vitale L² metric

(In purple the minimum variances have been highlighted)

INTERVAL-VALUED DATA
VARIANCES OF THE APPROXIMATED LOCATION MEASURES/ESTIMATORS
IN STUDY 2 - CASE 1

cp	CD	1/3Hampel (δ_1)	1/3Hampel (d_H)	1/3Hampel ($d_{1/3}$)	1/3Hampel (δ_2)	1Hampel (δ_1)	1Hampel (d_H)	1Hampel ($d_{1/3}$)	1Hampel (δ_2)
0	0	0,000255922	0,000478162	0,00023939	0,000302761	0,00021202	0,00038086	0,000204527	0,000246447
0,1	0	0,000417563	0,000822501	0,000299129	0,000506489	0,000290059	0,000568155	0,000229353	0,000351217
0,1	1	0,000470626	0,000953397	0,000334633	0,000578869	0,000315781	0,00065174	0,000253649	0,000392213
0,1	5	0,000235861	0,000455502	0,000212346	0,000282784	0,000217334	0,000421835	0,000195074	0,000261592
0,1	10	0,000243003	0,000470632	0,000222985	0,000292816	0,000204154	0,000395737	0,000192438	0,000246114
0,1	100	0,000233046	0,000449917	0,000210487	0,000280455	0,000195474	0,000371366	0,000179291	0,000232787
0,2	0	0,001292837	0,002061017	0,000597214	0,001427113	0,000894192	0,001500332	0,000443629	0,001006804
0,2	1	0,002018674	0,003066891	0,00086353	0,002186143	0,001402542	0,002300176	0,000652079	0,001561698
0,2	5	0,000541941	0,001168128	0,000429081	0,000689133	0,000764599	0,001876656	0,000716288	0,001046108
0,2	10	0,000297854	0,000604611	0,000240016	0,000366868	0,000357198	0,000724815	0,000328736	0,000439486
0,2	100	0,000471484	0,000862301	0,000285087	0,000552128	0,000242648	0,000477191	0,000203653	0,000294017
0,4	0	0,010556864	0,012698507	0,00371424	0,010739503	0,009475886	0,011501096	0,003347203	0,009652392
0,4	1	0,022307094	0,028939351	0,008054669	0,022907388	0,021755254	0,03005588	0,008146657	0,022626899
0,4	5	0,062699059	0,126503913	0,033307582	0,074593877	0,049366731	0,13212341	0,037769598	0,070089276
0,4	10	0,066243969	0,184436238	0,053732964	0,096500257	0,062792741	0,21270385	0,074795434	0,107786075
0,4	100	0,118568151	0,31273894	0,089082734	0,166586987	0,076151068	0,244394088	0,087675136	0,125026026

δ_1 = Vitale L¹ metric
 d_H = Hausdorff metric
 $d_{1/3}$ = Bertoluzza *et al.*
 δ_2 = Vitale L² metric

(In purple the minimum variances have been highlighted)

INTERVAL-VALUED DATA
MSE OF THE APPROXIMATED LOCATION MEASURES/ESTIMATORS
IN STUDY 2 - CASE 1

cp	CD	Mean (δ_1)	Mean (d_H)	Mean ($d_{1/3}$)	Mean (δ_2)	1/3Trim (δ_1)	1/3Trim (d_H)	1/3Trim ($d_{1/3}$)	1/3Trim (δ_2)	1Trim (δ_1)	1Trim (d_H)	1Trim ($d_{1/3}$)	1Trim (δ_2)
0	0	0,00026832	0,000507424	0,000175938	0,000318716	0,000284736	0,000535779	0,000265871	0,000338202	0,000213861	0,000393391	0,000202891	0,00025193
0,1	0	0,055671528	0,059955858	0,018695791	0,055809606	0,007760814	0,009943612	0,002789038	0,007962914	0,006571587	0,008386955	0,00235945	0,006740508
0,1	1	0,098680565	0,12874628	0,036299737	0,101965662	0,009673424	0,012122817	0,003442165	0,009891114	0,008185403	0,010325386	0,002920007	0,008376943
0,1	5	0,405709679	0,737178342	0,213024616	0,472336692	0,005910388	0,007750886	0,002157522	0,006097781	0,008682034	0,010818339	0,003077006	0,008865028
0,1	10	1,102223224	2,21169063	0,67379877	1,350739128	0,006434063	0,008394792	0,002337155	0,006626531	0,009713239	0,011924357	0,003402129	0,009877622
0,1	100	77,17923121	165,7587718	53,8336508	98,29621191	0,00649653	0,008354857	0,002342566	0,006673586	0,009820596	0,011936229	0,003427281	0,009974345
0,2	0	0,222716477	0,232628283	0,074431536	0,222909188	0,042930784	0,047570916	0,014499103	0,043119626	0,038590296	0,042581491	0,01302301	0,038749874
0,2	1	0,390795921	0,51317159	0,144063683	0,404244907	0,06021282	0,066303773	0,020332192	0,060474073	0,05724608	0,06357473	0,019388239	0,057552292
0,2	5	1,629500336	2,97115203	0,85822614	1,906754195	0,072267879	0,082140828	0,024658753	0,07283734	0,11462888	0,141692594	0,040549959	0,116969212
0,2	10	4,402875766	9,020999727	2,737277606	5,467390524	0,100733385	0,108168223	0,033779686	0,100935276	0,167223911	0,192698691	0,056914241	0,168396849
0,2	100	305,1521114	666,0315347	219,4949175	391,5867983	0,115036631	0,121502435	0,038480835	0,115171923	0,210671754	0,219379712	0,070359134	0,21080697
0,4	0	0,879108186	0,900928748	0,293301779	0,879373904	0,088520153	0,098918259	0,029975631	0,088989067	0,055755207	0,06293549	0,018943808	0,056113946
0,4	1	1,551218809	2,037596103	0,571240736	1,604402887	0,118444569	0,131582708	0,040123195	0,119086241	0,071040472	0,080792972	0,024294664	0,071654456
0,4	5	6,508956712	11,79844435	3,373667696	7,568677802	0,066326994	0,078454796	0,022940614	0,06715861	0,07431407	0,090510436	0,026089391	0,075632104
0,4	10	17,71057375	35,95170449	10,9582207	21,84744665	0,07993068	0,087019334	0,02687629	0,08016341	0,097157238	0,104563226	0,032593966	0,097365458
0,4	100	1237,558328	2715,480637	897,1426131	1597,579335	0,080002638	0,087093577	0,02689799	0,080233082	0,098117468	0,10523581	0,032899439	0,098311085

δ_1 = Vitale L¹ metric
 d_H = Hausdorff metric
 $d_{1/3}$ = Bertoluzza *et al.*
 δ_2 = Vitale L² metric

(In purple the minimum MSEs have been highlighted)

INTERVAL-VALUED DATA
MSE OF THE APPROXIMATED LOCATION MEASURES/ESTIMATORS
IN STUDY 2 - CASE 1

cp	CD	HausM (δ_1)	HausM (d_H)	HausM ($d_{1/3}$)	HausM (δ_2)	1normM (δ_1)	1normM (d_H)	1normM ($d_{1/3}$)	1normM (δ_2)	1/3MSpat (δ_1)	1/3MSpat (d_H)	1/3MSpat ($d_{1/3}$)	1/3MSpat (δ_2)
0	0	0,000229487	0,000456458	0,000198522	0,000280431	0,000244303	0,000481731	0,000198837	0,00029613	0,000208364	0,000417286	0,00016946	0,000255143
0,1	0	0,008534887	0,010509139	0,0030119	0,008700472	0,01171269	0,014002726	0,004070578	0,011878556	0,012999511	0,015171667	0,004469274	0,013135247
0,1	1	0,010043399	0,013915815	0,003908582	0,010562274	0,016853313	0,021704	0,006213254	0,017411629	0,018276662	0,023229217	0,006653128	0,018812228
0,1	5	0,011914866	0,024829569	0,008356639	0,014916795	0,021330728	0,035007356	0,010775792	0,023901927	0,023221026	0,040485193	0,012160611	0,026714362
0,1	10	0,012444552	0,02674758	0,009498755	0,015836595	0,021633282	0,037041129	0,011837016	0,024642104	0,023547954	0,043541129	0,013758501	0,027832759
0,1	100	0,012623324	0,026702005	0,009242119	0,015938079	0,0222837	0,037362051	0,01168373	0,025162158	0,024027021	0,043778992	0,014038695	0,028235108
0,2	0	0,046792559	0,051465858	0,015782892	0,046977796	0,055543024	0,06061642	0,018709007	0,055737689	0,063545876	0,06841394	0,021338209	0,063702126
0,2	1	0,058481342	0,075226063	0,021460414	0,060354167	0,082657365	0,103762426	0,029835003	0,084863839	0,094101398	0,115070083	0,033438353	0,09612107
0,2	5	0,067930801	0,133413317	0,043256279	0,082842891	0,113987481	0,189844435	0,057466375	0,128597004	0,131345141	0,22146939	0,065781024	0,149363012
0,2	10	0,070541924	0,14642126	0,049777821	0,088398661	0,115660477	0,203493033	0,063297629	0,133385647	0,132543816	0,242399693	0,075025622	0,156413774
0,2	100	0,071284044	0,144529608	0,04932983	0,088093303	0,116863382	0,203813392	0,063845285	0,13414818	0,132632209	0,241772582	0,07759491	0,155879239
0,4	0	0,348847848	0,361492953	0,116494112	0,349059177	0,32039541	0,334033985	0,107048796	0,320645736	0,383329065	0,39557783	0,127958149	0,383510859
0,4	1	0,665945301	0,774669652	0,231366327	0,674957704	0,564781964	0,714570311	0,203990264	0,580230262	0,69589051	0,823675242	0,243168199	0,706898036
0,4	5	0,856732732	1,338570852	0,407113016	0,945428217	1,155802191	2,081125264	0,599374182	1,3361162	1,451908203	2,209270026	0,641803104	1,584718494
0,4	10	0,915612608	1,504522186	0,486120645	1,031046053	1,278899376	2,50152765	0,762188597	1,543855568	1,611906173	2,670086352	0,807742269	1,824479207
0,4	100	0,938171002	1,539125344	0,496518618	1,058280331	1,309340596	2,51261425	0,763907162	1,566512751	1,698975992	2,857114173	0,88654988	1,940631454

δ_1 = Vitale L¹ metric
 d_H = Hausdorff metric
 $d_{1/3}$ = Bertoluzza *et al.*
 δ_2 = Vitale L² metric

(In purple the minimum MSEs have been highlighted)

INTERVAL-VALUED DATA
MSE OF THE APPROXIMATED LOCATION MEASURES/ESTIMATORS
IN STUDY 2 - CASE 1

cp	CD	1MSpat(δ_1)	1MSpat (d_H)	1MSpat ($d_{1/3}$)	1MSpat (δ_2)	1/3Huber (δ_1)	1/3Huber (d_H)	1/3Huber ($d_{1/3}$)	1/3Huber (δ_2)	1Huber (δ_1)	1Huber (d_H)	1Huber ($d_{1/3}$)	1/3Huber (δ_2)
0	0	0,000195565	0,00039392	0,000167287	0,000240544	0,000194037	0,000385678	0,000151766	0,000236532	0,000163567	0,000324886	0,000139717	0,000199767
0,1	0	0,011039784	0,013044322	0,00381553	0,011174949	0,019011282	0,021362511	0,006452359	0,019126221	0,011339199	0,013200527	0,003896922	0,011455919
0,1	1	0,01485389	0,019417184	0,005518524	0,015388487	0,02966459	0,03658239	0,010585179	0,030333679	0,016406522	0,021570118	0,0061295	0,017025202
0,1	5	0,018190904	0,033219912	0,010291688	0,021303008	0,042834689	0,070335026	0,02061924	0,048005318	0,021490767	0,039929844	0,012638746	0,025375325
0,1	10	0,018766439	0,036568564	0,01200063	0,022657742	0,043223781	0,075765455	0,023035508	0,049848732	0,022558612	0,044686883	0,01501971	0,027465323
0,1	100	0,019048194	0,037319957	0,012399792	0,023107846	0,044061538	0,0765677	0,023566043	0,050787228	0,02300331	0,045722441	0,015527273	0,028101058
0,2	0	0,055371869	0,059935399	0,018614199	0,055528778	0,084286838	0,089495443	0,028231227	0,084422453	0,052154735	0,05628862	0,017522537	0,05229236
0,2	1	0,079074944	0,098871497	0,028473338	0,081123049	0,132381936	0,161313701	0,04686779	0,135051543	0,076914959	0,098997307	0,028233049	0,079404294
0,2	5	0,103178024	0,183227653	0,055739654	0,119624242	0,214016029	0,349419475	0,10226368	0,239980881	0,108529826	0,200894427	0,062979558	0,128180269
0,2	10	0,106003489	0,206042523	0,065589734	0,128219804	0,216326346	0,385025095	0,116399125	0,251956892	0,114261536	0,230988625	0,076525379	0,140901106
0,2	100	0,106964236	0,210204586	0,069781419	0,130010374	0,217293299	0,387056844	0,120488033	0,252751392	0,117254387	0,238186898	0,082393586	0,144828618
0,4	0	0,355895334	0,367872717	0,118817362	0,356080918	0,404717248	0,41687593	0,135076143	0,404887642	0,285842116	0,296250794	0,095457394	0,286018805
0,4	1	0,652512821	0,783970105	0,22973757	0,664476055	0,690821079	0,83976748	0,244293708	0,70458324	0,523888064	0,653140629	0,188749201	0,537577229
0,4	5	1,199302869	1,927067839	0,564453191	1,331532983	1,568913839	2,473190344	0,721115798	1,73364756	1,092457955	1,827231335	0,551818375	1,233577078
0,4	10	1,340432216	2,375186956	0,733464681	1,553572684	1,749209966	3,023107297	0,928944926	2,013455748	1,254167643	2,296799175	0,745894974	1,475142445
0,4	100	1,414455632	2,597720718	0,822008769	1,671655204	1,851971638	3,266855492	1,030206796	2,156299653	1,334757529	2,53223996	0,845754706	1,601265382

δ_1 = Vitale L¹ metric
 d_H = Hausdorff metric
 $d_{1/3}$ = Bertoluzza *et al.*
 δ_2 = Vitale L² metric

(In purple the minimum MSEs have been highlighted)

INTERVAL-VALUED DATA
MSE OF THE APPROXIMATED LOCATION MEASURES/ESTIMATORS
IN STUDY 2 - CASE 1

cp	CD	1/3Hampel (δ_1)	1/3Hampel (d_H)	1/3Hampel ($d_{1/3}$)	1/3Hampel (δ_2)	1Hampel (δ_1)	1Hampel (d_H)	1Hampel ($d_{1/3}$)	1Hampel (δ_2)
0	0	0,000255922	0,000478162	0,00023939	0,000302761	0,00021202	0,00038086	0,000204527	0,000246447
0,1	0	0,00593961	0,007823693	0,002175383	0,006135123	0,004497177	0,006033509	0,001667688	0,004665805
0,1	1	0,006927319	0,009057016	0,002532098	0,007149881	0,005144417	0,006891894	0,001910725	0,005339891
0,1	5	0,004427164	0,006044193	0,00166139	0,004612833	0,006434099	0,008282992	0,002321725	0,006611124
0,1	10	0,004892361	0,006621453	0,001819152	0,005080726	0,007388103	0,009344452	0,002628378	0,00755378
0,1	100	0,004934475	0,006573758	0,001820453	0,005110102	0,007516058	0,009373139	0,002657933	0,007668638
0,2	0	0,032665737	0,036622854	0,011070942	0,0328481	0,025628499	0,028956361	0,008705042	0,025790684
0,2	1	0,042681992	0,04773621	0,01447504	0,042929701	0,033583098	0,038263173	0,011464162	0,033852894
0,2	5	0,03530595	0,042395277	0,012298082	0,035835382	0,042768501	0,055378189	0,015550688	0,044063022
0,2	10	0,041257481	0,046308157	0,013974791	0,041479778	0,054856822	0,065010078	0,018903381	0,055474596
0,2	100	0,045775676	0,050182817	0,015411255	0,045928372	0,063998354	0,069365873	0,021496764	0,064162334
0,4	0	0,234890542	0,245603257	0,078498468	0,235092163	0,18862817	0,197990138	0,063070672	0,188822785
0,4	1	0,392814119	0,42772361	0,132407219	0,394283298	0,315018468	0,358351478	0,107668425	0,317680737
0,4	5	1,015283424	1,270999098	0,370371981	1,046880943	0,616102141	0,953921134	0,273977283	0,67721285
0,4	10	1,301621327	1,682396889	0,497729038	1,361815546	0,722764165	1,24815095	0,389329171	0,831922693
0,4	100	1,531072937	1,839520886	0,581153847	1,590969499	0,800336743	1,347464601	0,425559623	0,912707239

δ_1 = Vitale L^1 metric
 d_H = Hausdorff metric
 $d_{1/3}$ = Bertoluzza *et al.*
 δ_2 = Vitale L^2 metric

(In **purple** the minimum MSEs have been highlighted)